



IMT Mines Albi-Carmaux
École Mines-Télécom



MODÉLISATION DU COUPLAGE CONDUCTO RADIATIF D'UN LIT POREUX PAR DES APPROCHES STATISTIQUES

L. PENAZZI^(1,2), J. BIELE⁽³⁾, S. BLANCO⁽⁴⁾,
C. CALIOT⁽²⁾, M. EL HAFI⁽¹⁾, R. FOURNIER⁽⁴⁾

22 novembre 2018

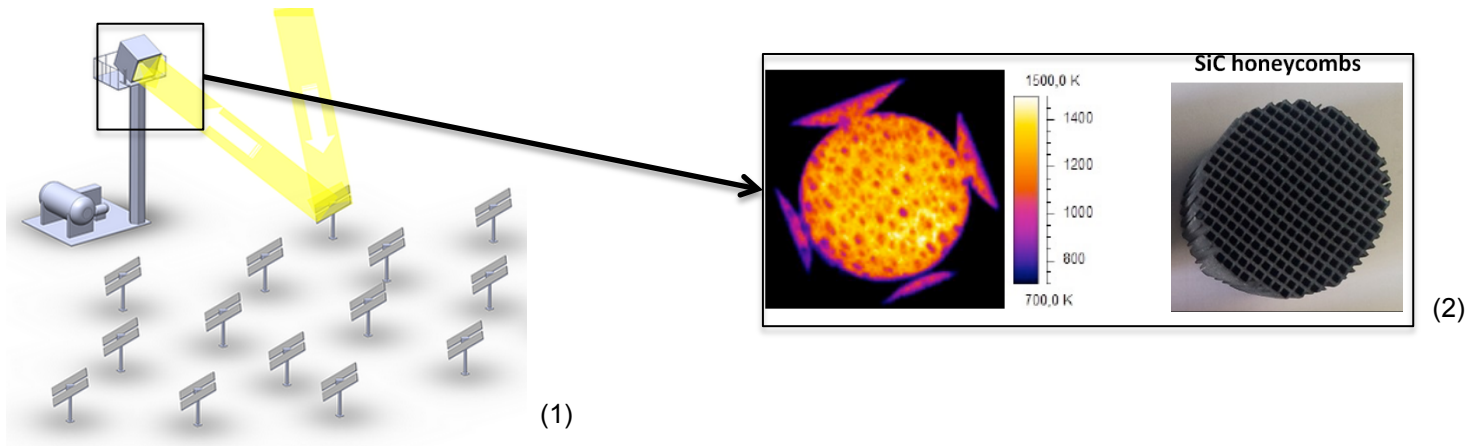
**Journées d'Etude
en Rayonnement
Thermique 2018**

RAPSODEE⁽¹⁾



⁽¹⁾ RAPSODEE – UMR 5302 – IMT Mines Albi, Albi ; ⁽²⁾ PROMES CNRS – UPR 8521 – Font-Romeu-Odeillo-Via ; ⁽³⁾ German Aerospace Center (DLR) – Köln, Allemagne ; ⁽⁴⁾ LAPLACE – UMR 5213 – Université Paul Sabatier, Toulouse

- ▶ **Transfert radiatif couplé** avec autres modes de transferts (conduction et/ou convection)
- ▶ Application aux **milieux poreux** = géométrie complexe :
 - ➔ Récepteurs volumiques solaires, lit de sphères (sol lunaire)



Question : Comment simuler et étudier les propriétés effectives de ces milieux poreux ?

SOMMAIRE

1. CONTEXTE

- 1.1 Monte Carlo pour le couplage rayonnement-thermique
- 1.2 Outils d'analyse pour l'ingénierie : application aux géométries complexes

2. TECHNIQUE UTILISÉE

- 2.1 Exemple d'application Monte Carlo Symbolique
- 2.2 Archivage de la donnée

3. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

1. CONTEXTE

1.1 MONTE CARLO POUR LE COUPLAGE RAYONNEMENT-THERMIQUE

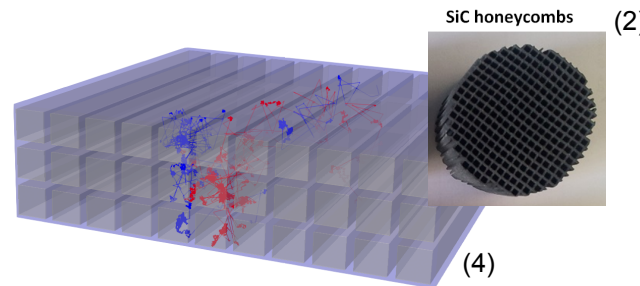
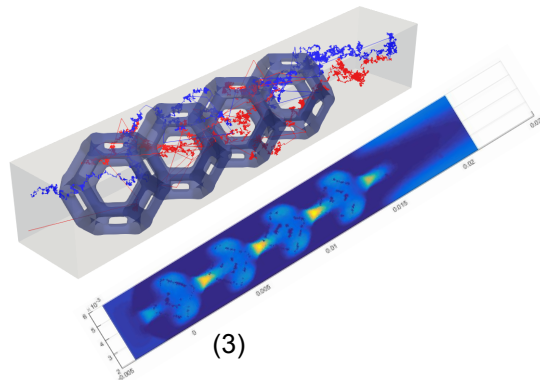
1.2 OUTILS D'ANALYSE POUR L'INGÉNIERIE : APPLICATION AUX GÉOMÉTRIES COMPLEXES

1. CONTEXTE

5

1.1 Monte Carlo pour le couplage rayonnement-thermique

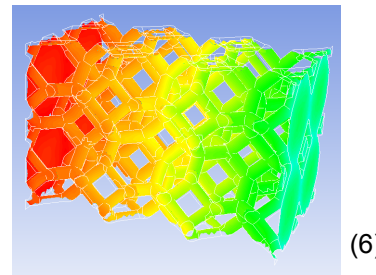
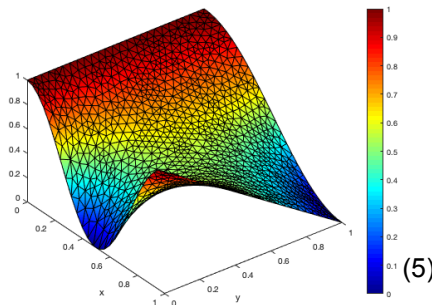
Algorithmes de calculs Monte Carlo de transferts couplés en géométrie complexe



SiC honeycombs (2)

- ▶ Grands rapports d'échelle
- ▶ Couplage avec l'écoulement fluide, le rayonnement

L. Ibarrart, IMT Mines Albi, LAPLACE



- ▶ Propriétés physiques dépendant de la température
- ▶ Non linéarités

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda(T) \nabla T) \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\lambda(T)} = \frac{1}{\lambda_{ref}} \times \alpha(T - T_{ref})$$

J.M. Tregan, LAPLACE

1. CONTEXTE

6

1.1 Monte Carlo pour le couplage rayonnement-thermique

Point de départ : Outils de simulation existants basés sur Monte Carlo pour calculer transferts de chaleur couplés conducto-convecto-radiatif en géométrie complexe.

Objectif : Produire un outil d'analyse pour l'ingénierie dans le cas de géométrie complexe

3 idées:

- ① Visualisation des chemins → Propagateur
- ② Sensibilités
- ③ Monte Carlo Symbolique

1. CONTEXTE

1.2 Outils d'analyse pour l'ingénierie : application aux géométries complexes

7

① Monte Carlo : $I(\vec{\pi}_0)$

- ▶ Méthode **statistique** de résolution d'intégrales
 - ▶ Calculer une observable et l'erreur associée
 - ▶ Résolution de l'équation de transfert radiatif et équations de la thermique
- ➔ 1 **valeur numérique** pour un jeu de paramètres donnés

1. CONTEXTE

8

1.2 Outils d'analyse pour l'ingénierie : application aux géométries complexes

Modification de l'observable en fonction d'un paramètre $\vec{\pi}$ autour d'une valeur $\vec{\pi}_0$ de ce paramètre ?

② Sensibilité: $\partial_{\vec{\pi}} I|_{\vec{\pi}_0}$

1^{er} ordre d'un développement limité de la grandeur:

$$I(\vec{\pi}) = I(\vec{\pi}_0) + \boxed{\partial_{\vec{\pi}} I|_{\vec{\pi}_0}} \times (\vec{\pi} - \vec{\pi}_0) + \partial_{\vec{\pi}}^2 I|_{\vec{\pi}_0} \times \frac{(\vec{\pi} - \vec{\pi}_0)^2}{2!} + \dots$$

1. CONTEXTE

9

1.2 Outils d'analyse pour l'ingénierie : application aux géométries complexes

③ Monte Carlo Symbolique: $I(\vec{\pi}) = f(\vec{\pi})$

► Méthode référencée comme « Symbolique », « Inverse method » ...

« Inverse Monte Carlo analysis »; W. Dunn, 1981

« Solution of the inverse radiation problem for inhomogeneous and anisotropically scattering media using a Monte Carlo technique » S. Subramaniam, P. Mengüç, 1991

➔ **Forme fonctionnelle** de l'observable et les coefficients qui interviennent

Exemple:
$$I(\vec{\pi}) = a \frac{\ln(\vec{\pi})}{b}$$

► Travaux menés au CETHIL à Lyon par M. Galtier et M. Roger : $I = f(k_a, k_d)$

➔ Fonction non linéaire en k_a et k_d

« A symbolic approach for the identification of radiative properties »; M. Galtier, M. Roger, F. André, A. Delmas (2017)

1. CONTEXTE

1.2 Outils d'analyse pour l'ingénierie : application aux géométries complexes

10

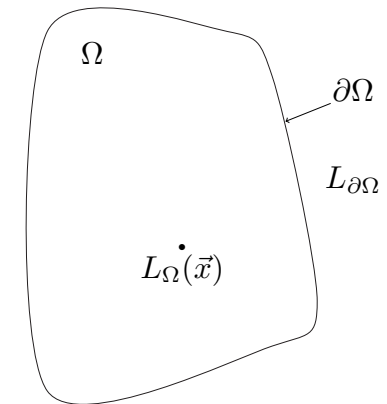
① Monte Carlo : $I(\vec{\pi}_0)$

- Exploiter l'information contenue dans les chemins produits par le calcul Monte Carlo

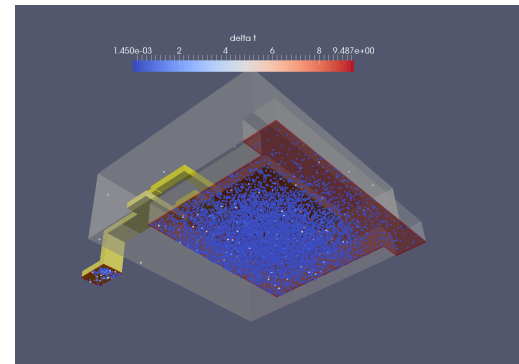
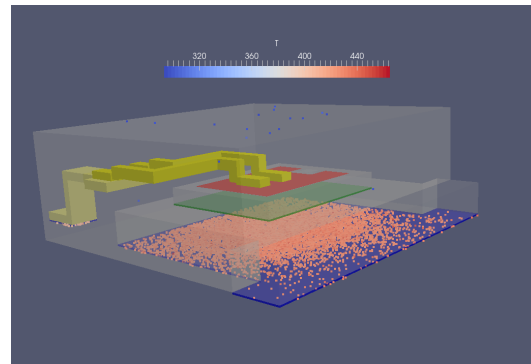
$$I(\vec{x}) = g(L_{\partial\Omega}) = \int_{\Omega} \Phi(\vec{x}, \vec{y}) L_{\partial\Omega}(\vec{y}) d\vec{x}$$

➔ **Propagation** des sources, CL, CI vers l'observable (Green)

➔ Visualisation des chemins conducto-convecto-radiatif



Exemple : Puce électronique



(7)



1. CONTEXTE

1.2 Outils d'analyse pour l'ingénierie : application aux géométries complexes

11

Comment une grandeur dépend des **sources, CL, CI**

① Monte Carlo :

$\neq$

→ Comment une grandeur dépend de **paramètres** : $h, \lambda \dots$

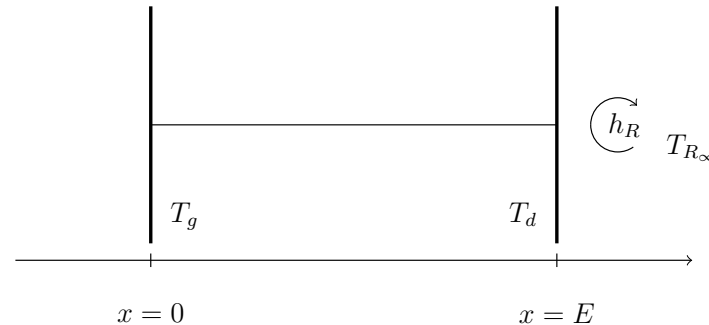
③ Monte Carlo Symbolique

→ Vers du **couplage** entre rayonnement et autres modes de transferts de chaleur

1. CONTEXTE

1.2 Outils d'analyse pour l'ingénierie : application aux géométries complexes

12



Comparaison Monte Carlo Symbolique et Sensibilités:

$$T_d = f(h_R)$$

► **Sensibilités:**

$$T_d(h_R) \approx T_d(h_{R,ref}) + \left. \frac{\partial T_d}{\partial h_R} \right|_{h_R=h_{R,ref}} (h_R - h_{R,ref}) + \left. \frac{\partial^2 T_d}{\partial h_R^2} \right|_{h_R=h_{R,ref}} \frac{(h_R - h_{R,ref})^2}{2!} + \dots$$

$$\Leftrightarrow T_d(h_R) \approx \mathbf{E}(X) + \mathbf{E}(Z) (h_R - h_{R,ref}) + \mathbf{E}(S) \frac{(h_R - h_{R,ref})^2}{2!}$$

► **Monte Carlo Symbolique:** $T_d(h_R) = a \times f(h_R) + b$

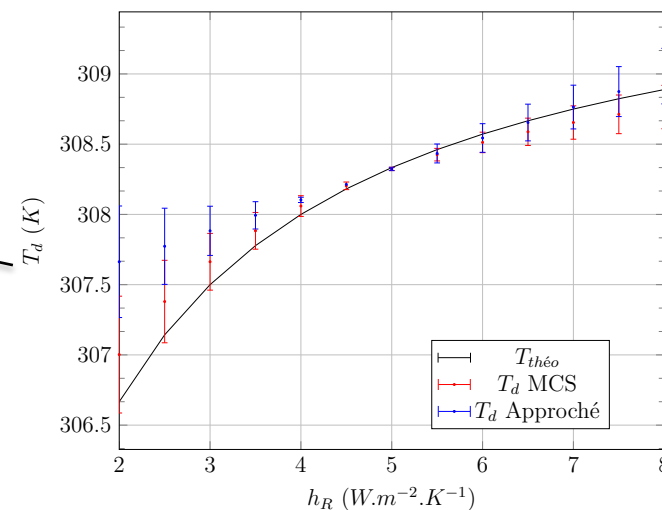
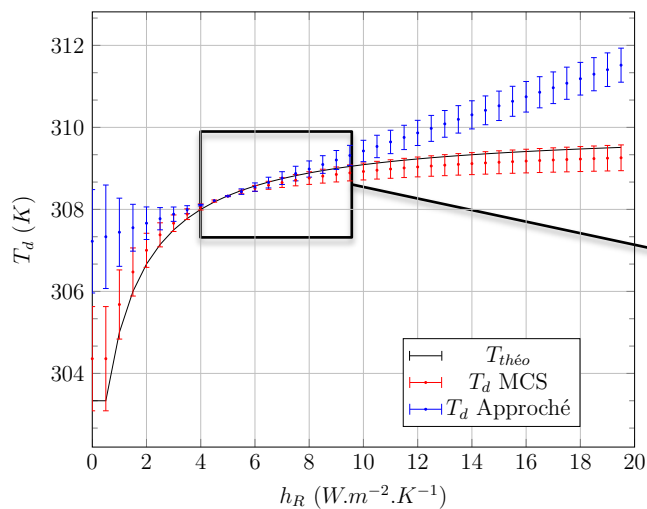
$$\Leftrightarrow T_d(h_R) \approx \mathbf{E}(A) \times f(h_R) + \mathbf{E}(B)$$

1. CONTEXTE

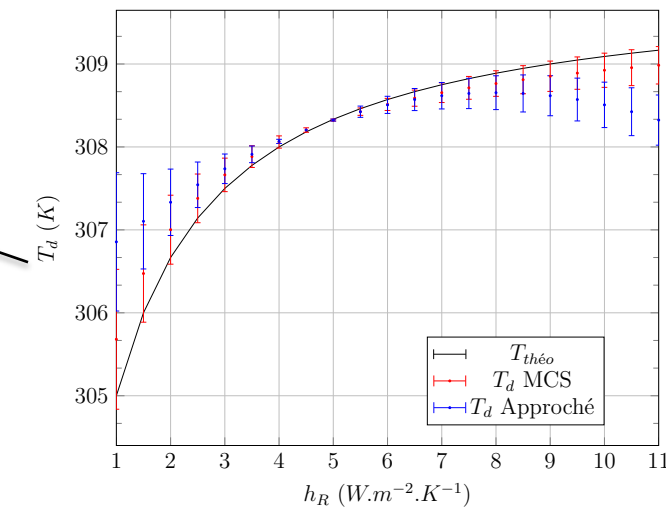
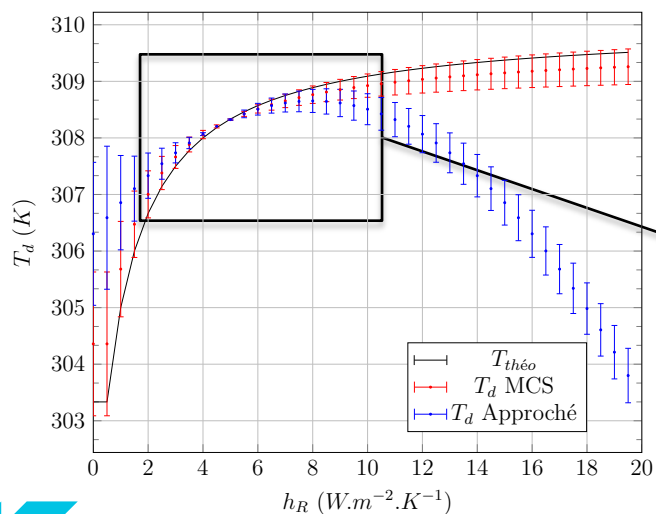
1.2 Outils d'analyse pour l'ingénierie : application aux géométries complexes

13

1^{er}
ordre:



2^{ème}
ordre:



2. TECHNIQUE UTILISÉE

2.1 EXEMPLE D'APPLICATION MONTE CARLO SYMBOLIQUE
2.2 ARCHIVAGE DE LA DONNÉE

2. TECHNIQUE UTILISÉE

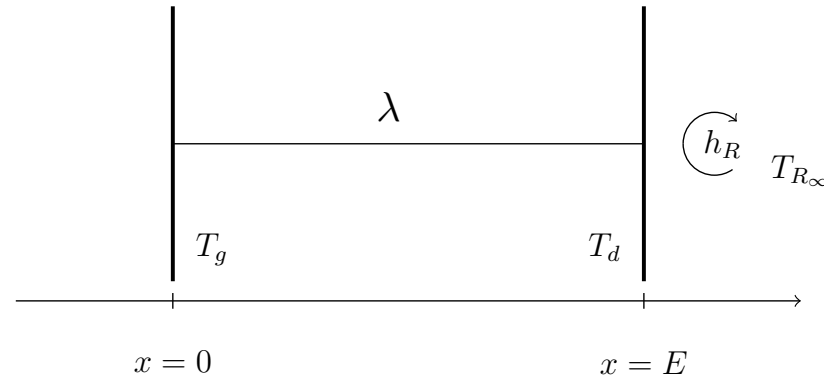
2.1 Exemple d'application Monte Carlo Symbolique

15

Exemple d'application : Mur 1D stationnaire

→ Comment T_d varie en fonction de h_R ?

$$T_d = \overbrace{\frac{h_R}{\frac{\lambda}{E} + h_R}}^{\text{Probabilité de rayonnement}} T_{R_\infty} + \overbrace{\frac{\frac{\lambda}{E}}{\frac{\lambda}{E} + h_R}}^{\text{Probabilité de conduction}} T_g$$



$$T_d = p(h_R) T_{R_\infty} + (1 - p(h_R)) T_g$$

① Monte Carlo : $X = H(R < p(h_R)) T_{R_\infty} + H(R > p(h_R)) T_g$

$$\mathbf{E}(X) \simeq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = T_d$$

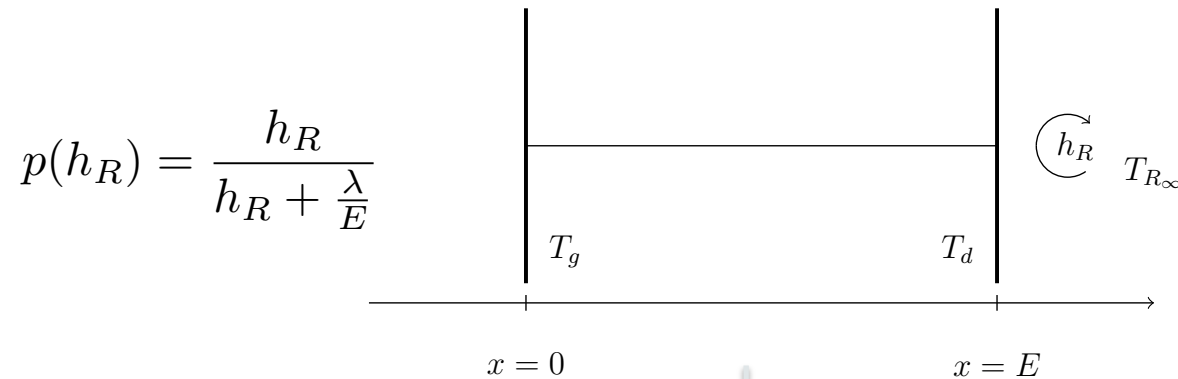
③ Monte Carlo Symbolique: $Z = A \times p(h_R) + B$

$$\mathbf{E}(Z) \simeq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \times p(h_R) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N b_i = T_d$$

2. TECHNIQUE UTILISÉE

2.1 Exemple d'application Monte Carlo Symbolique

16



Monte Carlo

$$x_1 = T_{R\infty}$$

$$x_2 = T_g$$

...

$$x_N = T_{R\infty}$$

$$T_d \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Valeur numérique

Monte Carlo Symbolique

$$a_1 = \frac{T_{R\infty}}{\tilde{p}}$$

$$b_1 = 0$$

$$a_2 = -\frac{T_g}{1 - \tilde{p}}$$

$$b_2 = \frac{T_g}{1 - \tilde{p}}$$

...

$$a_N = \frac{T_{R\infty}}{\tilde{p}}$$

$$b_N = 0$$

$$T_d \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \times p(h_R) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N b_i$$

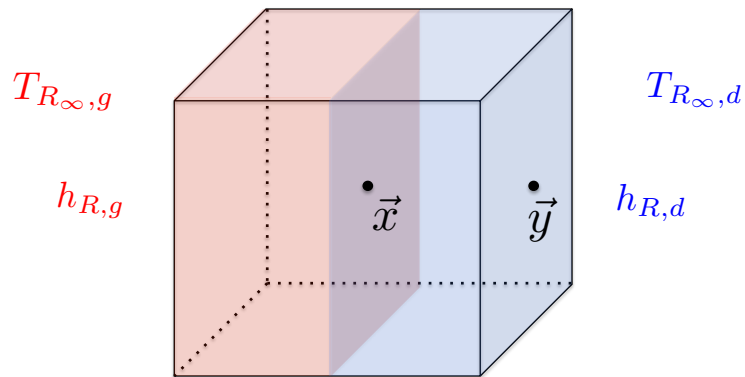
Forme fonctionnelle

2. TECHNIQUE UTILISÉE

2.2 Archivage de la donnée

17

Cas 3D : Conduction couplée au rayonnement dans un cube



→ **Stockage** de la donnée intervient seulement à la **frontière**

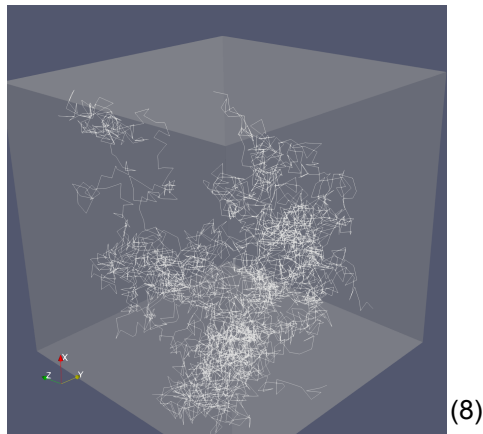
$$T(\vec{y}) = \frac{h_R}{h_R + \frac{\lambda}{\delta}} T_{R_{\infty}} + \frac{\frac{\lambda}{\delta}}{h_R + \frac{\lambda}{\delta}} T(\vec{y} - \delta \vec{n})$$

$$T(\vec{x}) \approx \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{N_{end}} \alpha^j \beta^k \zeta^l \gamma^{1-l} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_{j,k,l} \right]$$

j Compteur de rebonds à gauche

k Compteur de rebonds à droite

l Indicateur de sorties



(8)

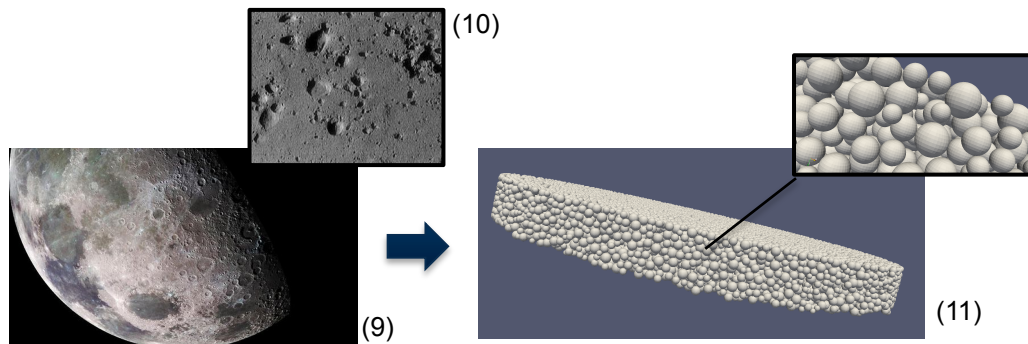
→ **Question de recherche** autour de l'archivage de la donnée

2. TECHNIQUE UTILISÉE

2.2 Archivage de la donnée

18

Cas 3D en géométrie complexe : conduction couplée au rayonnement dans milieu poreux : lit de sphères

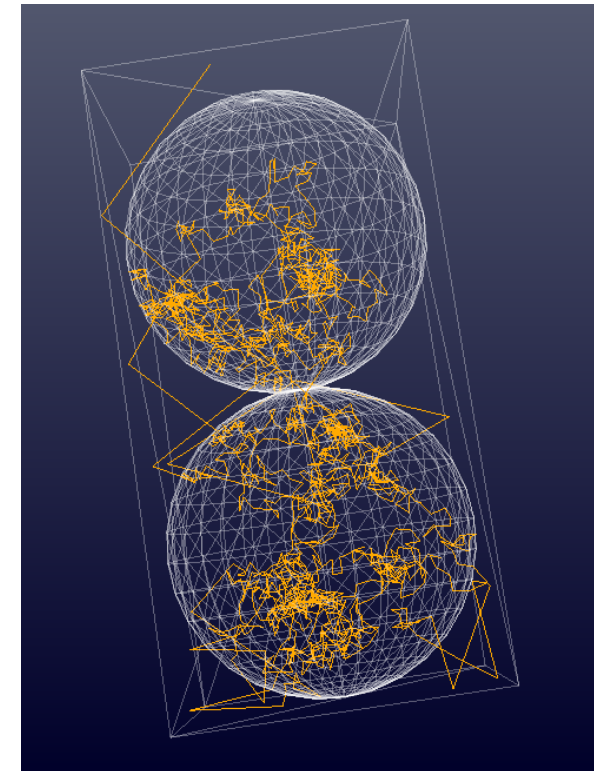


Objectif : Estimer la conductivité effective du lit de sphères

$$T(\vec{x}) = f(\lambda)$$

Questions de recherche:

- Marche conductive s'arrêtant à la frontière
- Pas de conduction δ variable
- Propriétés hétérogènes selon les sphères
- Puissances de polynômes élevées



(12)

- ▶ **Algorithmes de simulation** de Monte Carlo en transfert radiatif couplé à de la thermique en géométrie complexe
- ▶ Développement d'un **outil d'analyse** basé sur la méthode de Monte Carlo Symbolique
- ▶ Expression fonctionnelle de la grandeur calculée peut permettre capter effet de **non linéarité des paramètres**
- ▶ **Archivage de la donnée** dans le cas 3D complexe :
 - Marche conductive s'arrêtant à la frontière
 - Pas de conduction δ variable
 - Propriétés hétérogènes selon les sphères
 - Puissances de polynômes élevées
- ▶ Développement d'un Monte Carlo Symbolique **conducto-convecto-radiatif** appliqué au récepteur solaire volumique

Merci pour votre attention!



(13)

- (1) Schéma d'une tour solaire.
- (2) *Thermographie d'une mousse poreuse réticulée en SiC et soumise à un flux solaire concentré*, S. Mey-Cloutier, C. Caliot, 2016.
- (3) Image d'un écoulement dans des cellules de Kelvin, Thèse L. Ibarrart, 2017.
- (4) Image d'un écoulement dans des canaux, Thèse L. Ibarrart, 2017.
- (5) Graphe du cas d'étude de la conductivité dépendant de la température, Thèse J.M. Tregan, 2017.
- (6) Isocontours de température de parois pour une mousse poreuse entre deux parois, calculés par Ansys Fluent pour un problème conducto-radiatif, C. Caliot.
- (7) A simple IGBT example, Mesostar, <https://www.meso-star.com/projects/stardis.html>
- (8) Représentation des chemins conducto-radiatifs dans un cube avec Paraview, C. Coustet, 2018.
- (9), (10) Images sol lunaire, Google Images 2018.
- (11) Galette de 19000 sphères représentant la régolithe, *Statistical approach for the evaluation of an effective conductivity in a complex solid* L. Penazzi, J. Biele, S. Blanco, C. Caliot, A. Castelan, C. Coustet, S. Dutour, M. El Hafi, V. Forest, R. Fournier, 2018.
- (12) Représentation des chemins conducto-radiatifs dans deux sphères, Poster JEMP 10-11 octobre 2018, L. Penazzi, J. Biele, M. El Hafi, C. Caliot, R. Fournier, S. Blanco, S. Dutour, A. Castelan, C. Coustet, V. Forest.
- (13) Centrale Solaire Thémis, 2014.

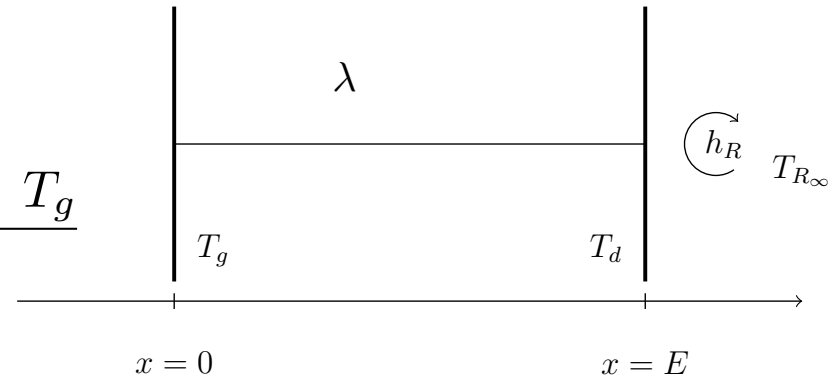
ANNEXE 1 : DÉTAILS CALCULS SYMBOLIQUE

22

2.1 Exemple d'application Monte Carlo Symbolique

$$T_d = p(h_R) T_{R_\infty} + (1 - p(h_R)) T_g$$

$$T_d = \tilde{p} \frac{p(h_R) T_{R_\infty}}{\tilde{p}} + (1 - \tilde{p}) \frac{(1 - p(h_R)) T_g}{1 - \tilde{p}}$$



③ Monte Carlo Symbolique:

$$Z = \left[H(R < \tilde{p}) \frac{T_{R_\infty}}{\tilde{p}} - H(R > \tilde{p}) \frac{T_g}{(1 - \tilde{p})} \right] p(h_R) + H(R > \tilde{p}) \frac{T_g}{(1 - \tilde{p})}$$

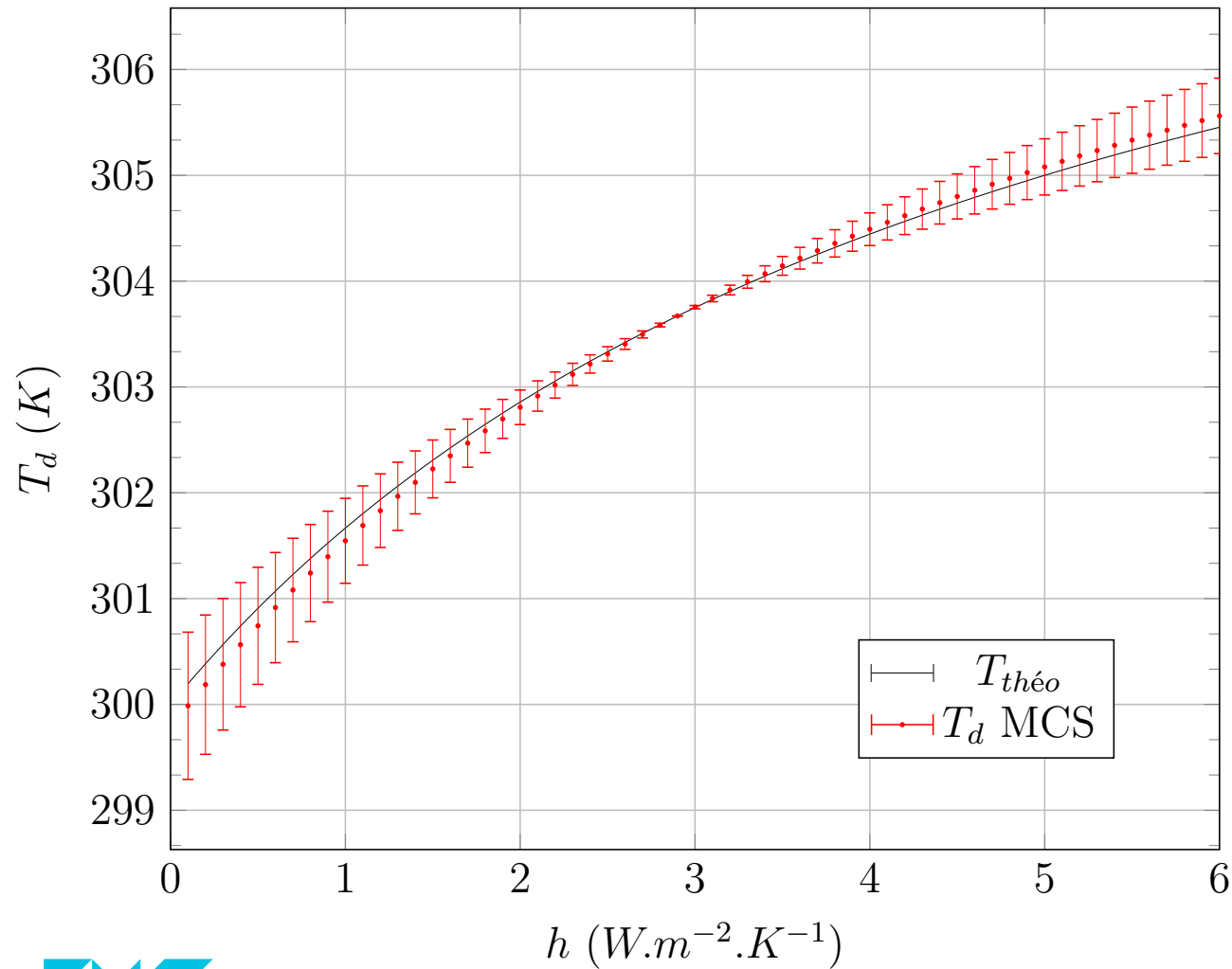
$$Z = A \times p(h_R) + B \quad \rightarrow \quad \mathbf{E}(Z) = \mathbf{E}(A) \times p(h_R) + \mathbf{E}(B) = T_d$$

$$\mathbf{E}(Z) \simeq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \times p(h_R) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N b_i = T_d$$

ANNEXE 2: COMPARAISON SYMBOLIQUE/THÉORIQUE

23

2.1 Exemple d'application Monte Carlo Symbolique



Que σ :
mettre 3σ ?

③ Monte Carlo Symbolique:

$$Z = \left[H(R < \tilde{p}) \frac{T_{R_\infty}}{\tilde{p}} - H(R > \tilde{p}) \frac{T_g}{(1 - \tilde{p})} \right] p(h_R) + H(R > \tilde{p}) \frac{T_g}{(1 - \tilde{p})}$$

$$Z = A \times p(h_R) + B \quad \rightarrow \quad \mathbf{E}(Z) = \mathbf{E}(A) \times p(h_R) + \mathbf{E}(B) = T_d$$

Variance symbolique

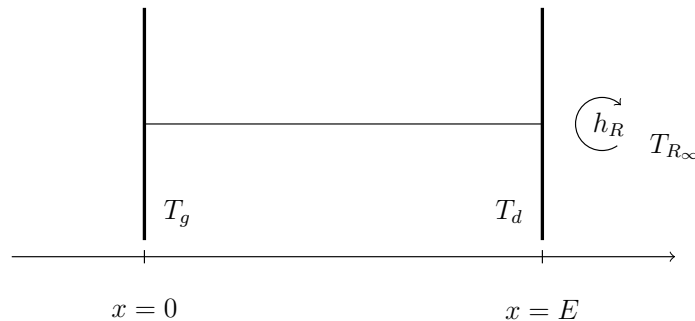
$$V(X_{\tilde{p}}) = V(A_{\tilde{p}}) \times p(h_R) + V(B_{\tilde{p}}) + 2 p(h_R) \times Cov(A_{\tilde{p}}; B_{\tilde{p}})$$

$$\sigma_E = \frac{\sigma(X_{\tilde{p}})}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{V(X_{\tilde{p}})}{N}}$$

ANNEXE 4

2.1 Exemple d'application Monte Carlo Symbolique

25



Observable : T_d
Paramètres : $T_g, \lambda, h_R, E \dots$

Algorithme Monte Carlo Symbolique:

- ▶ Lance le calcul Monte Carlo avec une valeur de référence h_{Ref}
- ▶ Stocke les réalisations dans $\mathbf{a}_i$ et $\mathbf{b}_i$ pour un grand nombre de réalisations N
- ▶ Calcule la température T_d pour des valeurs de paramètres différentes avec la fonctionnelle

Intérêts de Monte Carlo Symbolique:

- ✓ Un seul calcul Monte Carlo (Modèle réduit)
- ✓ Forme fonctionnelle de l'erreur associée (h)

ANNEXE 5

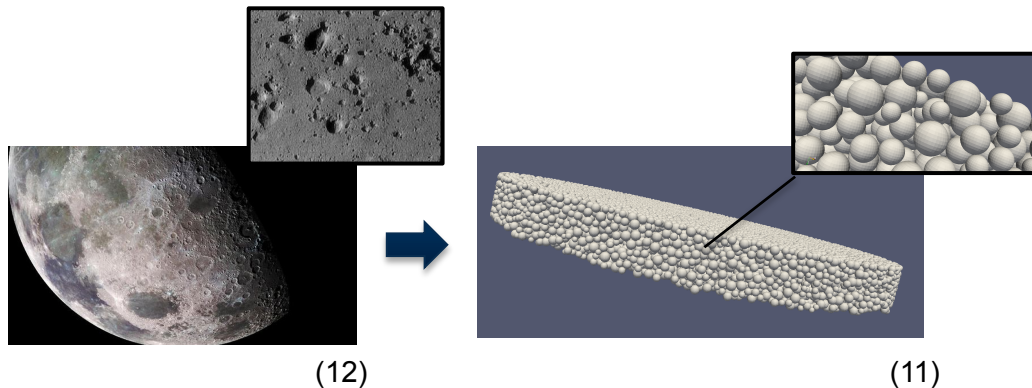
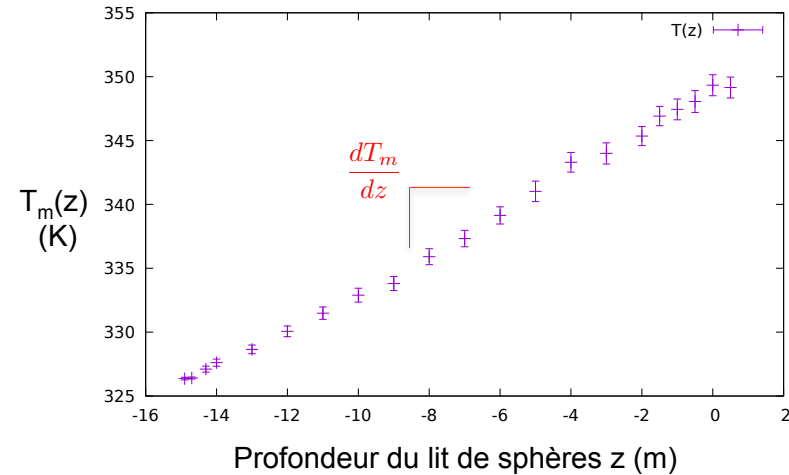
Couplage conducto-radiatif : Sphères

26

Couplage conducto-radiatif

Projet sphères

- ▶ Modèle thermique de régolithe
- ▶ Géométrie 3D complexe
- ▶ Milieu poreux
- ▶ Symbolique sur la conductivité effective λ_{eff}



- ▶ **Profil de température** du lit de sphères:

$$T_m(z) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n T_i(\vec{x})$$

- ▶ **Continuité des flux** à l'interface solide/vide:

$$\lambda_{eff} = \frac{\varphi}{\frac{dT_m}{dz}}$$